ISSN 1810-0198. Вестник Тамбовского университета. Серия: естественные и технические науки

Том 24, № 125 2019

DOI 10.20310/1810-0198-2019-24-125-39-46

УДК 515.124.2, 515.126.4, 517.988.52

Множество регулярности многозначного отображения в пространстве с векторнозначной метрикой

Татьяна Владимировна ЖУКОВСКАЯ[1] **,**
Елена Александровна ПЛУЖНИКОВА[2]

[1] ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет»
392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Советская, 106
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4374-4336, e-mail: t_zhukovskaia@mail.ru

[2] ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина»
392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Интернациональная, 33
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2008-3275, e-mail: pluznikova_elena@mail.ru

The set of regularity of a multivalued mapping in a space with a vector-valued metric

Tatiana V. ZHUKOVSKAIA[1] **, Elena A. PLUZHNIKOVA**[2]

[1] Tambov State Technical University
106 Sovetskaya St., Tambov 392000, Russian Federation
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4374-4336, e-mail: t_zhukovskaia@mail.ru

[2] Tambov State University named after G.R. Derzhavin
33 Internatsionalnaya St., Tambov 392000, Russian Federation
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2008-3275, e-mail: pluznikova_elena@mail.ru

Аннотация. Рассмотрены многозначные отображения, действующие в пространствах с векторнозначной метрикой. Под векторнозначной метрикой понимается удовлетворяющее аксиомам «обычной метрики» отображение со значениями в конусе линейного нормированного пространства. Определено понятие множества регулярности многозначного отображения. Множество регулярности используется при исследовании включений в пространствах с векторнозначной метрикой.

Ключевые слова: многозначное отображение; пространство с векторнозначной метрикой; метрическая регулярность; липшицево отображение; включение

Благодарности: Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 17-01-00553-а, № 17-41-680975-р_а, № 18-31-00227-мол_а).

Для цитирования: *Жуковская Т. В., Плужникова Е. А.* Множество метрической регулярности многозначного отображения в пространстве с векторнозначной метрикой // Вестник Тамбовского университета. Серия: естественные и технические науки. Тамбов, 2019. Т. 24. № 125. С. 39–46. DOI 10.20310/1810-0198-2019-24-125-39-46

Abstract. We consider multivalued mappings acting in spaces with a vector-valued metric. A vector-valued metric is understood as a mapping satisfying the axioms “of an ordinary metric” with values in the cone of a linear normed space. The concept of the regularity set of a multivalued mapping is defined. A set of regularity is used in the study of inclusions in spaces with a vector-valued metric.

Keywords: multi-valued mapping; space with vector-valued metric; metric regularity; Lipschitz mapping; inclusion

Acknowledgements: The work is partially supported by the Russian Foundation for Basic Research (projects no. 17-01-00553-a, no. 17-41-680975-р_а, no. 18-31-00227-мол_а).

For citation: Zhukovskaia T. V., Pluzhnikova E. A. Mnozhestvo regulyarnosti mnogoznachnogo otobrazheniya v prostranstve s vektornoznachnoy metrikoy [The set of metric regularity of a multivalued mapping in a space with a vector-valued metric]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2019, vol. 24, no. 125, pp. 39–46. DOI 10.20310/1810-0198-2019-24-125-39-46 (In Russian, Abstr. in Engl.)

Введение

В связи с исследованиями систем операторных уравнений, краевых задач и задач управления в работе [1] был поставлен вопрос о применении понятий накрывания и метрической регулярности к отображениям, действующим в произведениях метрических пространств. Рассматривалась следующая задача. Пусть (X_i,ρ_{X_i}), (Y_i,ρ_{Y_i}) $(i=\overline{1,n})$ — метрические пространства, и задано отображение $F=(F_1,\ldots,F_n)$, компоненты которого $F_i:\prod_{j=1}^n X_j\to Y_i$ являются α_i-накрывающими по i-ому аргументу (как действующие из X_i в Y_i) и β_{ij}-липшицевыми по каждому из остальных аргументов (как действующие из X_j в Y_i, где $j\neq i$). Требуется исследовать систему уравнений $F_i(x_1,\ldots,x_n)=y_i$, $i=\overline{1,n}$, с известной правой частью $y_i\in Y_i$. В [1]–[3] в терминах матриц коэффициентов α_i, β_{ij} были получены условия существования решения, его оценки, условия непрерывности решения от параметров. В [4], [5] рассматривались такие же системы, но в которых количество уравнений — m может не совпадать с числом неизвестных — n. В этих работах на произведениях метрических пространств $X=\prod_{j=1}^n X_j$, $Y=\prod_{i=1}^m Y_i$ была задана векторнозначная метрика (далее будем сокращенно называть ее v-метрикой, а соответствующее пространство — v-метрическим) $\overline{\rho}_X=(\rho_{X_1},\ldots,\rho_{X_n})$, $\overline{\rho}_Y=(\rho_{Y_1},\ldots,\rho_{Y_m})$ и определено понятие векторного накрывания. В отличие от коэффициента «обычного накрывания», являющегося положительным числом, коэффициент векторного накрывания — это $m\times n$-матрица с неотрицательными компонентами. В [6], [7] аналогичный прием был использован для изучения задачи о точке совпадения векторных многозначных отображений, а понятие регулярности относительно v-метрик $\overline{\rho}_X$, $\overline{\rho}_Y$ было распространено на многозначные отображения.

В работах [8], [9] рассмотрены накрывающие свойства отображений в пространствах с v-метрикой, значения которой не векторы из $\mathbb{R}^n_+$, а элементы конуса некоторого нормированного пространства. В [8] предложено естественное распространение метрической регулярности, при котором коэффициентом регулярности становится линейный положительный оператор в соответствующих нормированных пространствах.

В [9] предложен способ, позволяющий определять по v-метрике некоторую «наилучшую» для задачи о точке совпадения метрику, что позволяет применять и к отображениям v-метрических пространств результаты о точках совпадения отображений «обычных» метрических пространств. В [10] введено понятие множества (v-метрической) регулярности, это понятие позволяет уточнить и ослабить условия существования точек совпадения и условия разрешимости уравнений некоторых видов в пространствах с v-метриками. В [11] получены условия существования точек совпадения многозначных отображений v-метрических пространств.

В настоящей статье предлагается определение множества регулярности для многозначных отображений v-метрических пространств. Это понятие используется для получения условий разрешимости общих операторных и конкретных функциональных включений.

1. Многозначные отображения v-метрических пространств

Пусть задано непустое множество $\mathcal{X}$ и линейное нормированное пространство E, в котором выделен некоторый замкнутый выпуклый конус E_+. Конус задает порядок в E, т. е. для любых элементов $r_1, r_2 \in E$ выполнено неравенство $r_1 \leq r_2$ тогда и только тогда, когда $r_2 - r_1 \in E_+$.

Отображение $\mathcal{P}_{\mathcal{X}} : \mathcal{X}^2 \to E_+$ будем называть v-*метрикой* (см., например, [12]), если оно удовлетворяет аксиомам «обычной» метрики, т. е. при любых $x, u, v \in \mathcal{X}$ выполнены соотношения

$$\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x,u) = 0 \;\Leftrightarrow\; x = u, \quad \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x,u) = \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(u,x), \quad \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x,u) \leq \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x,v) + \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(v,u).$$

Множество $\mathcal{X}$ с определенной на нем v-метрикой будем называть v-*метрическим пространством* и обозначать $(\mathcal{X}, \mathcal{P}_{\mathcal{X}})$. .

На v-метрические пространства естественно переносятся многие определения и результаты анализа отображений метрических пространств (см. [11, с. 1975]). Приведем некоторые из таких понятий, используемых в данной статье.

Множество $\mathrm{B}_{\mathcal{X}}(u,r) \doteq \{x \in \mathcal{X} : \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x,u) \leq r\}$ называют *замкнутым шаром* с центром в точке $u \in \mathcal{X}$ радиуса $r \in E_+$. Последовательность $\{x_n\} \subset \mathcal{X}$ называют *фундаментальной*, если

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \quad \forall n > N \quad \forall m > N \quad \|\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_n, x_m)\|_E < \varepsilon.$$

Говорим, что при $n \to \infty$ последовательность $\{x_n\} \subset \mathcal{X}$ сходится к элементу $x \in \mathcal{X}$, если выполнено $\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_n, x) \to 0$, т. е. $\|\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_n, x)\|_E \to 0$. Пространство $\mathcal{X}$ называется *полным,* если любая фундаментальная последовать в нем сходится. Множество $U \subset \mathcal{X}$ называется *замкнутым*, если для любой сходящейся последовательности его элементов $\{x_n\} \subset U$, $x_n \to x$ выполнено $x \in U$. Например, замкнутым в $\mathcal{X}$ множеством является замкнутый шар $\mathrm{B}_{\mathcal{X}}(u,r)$.

Пусть E, M — некоторые линейные нормированные пространства, в которых заданы замкнутые выпуклые конусы $E_+ \subset E$, $M_+ \subset M$; $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$ — пространства с v-метриками $\mathcal{P}_\mathcal{X} : \mathcal{X}^2 \to E_+$, $\mathcal{P}_\mathcal{Y} : \mathcal{Y}^2 \to M_+$. Под многозначным отображением $F : \mathcal{X} \rightrightarrows \mathcal{Y}$ будем понимать отображение, ставящее в соответствие каждому $x \in \mathcal{X}$ непустое замкнутое множество $F(x) \subset \mathcal{Y}$. Многозначное отображение F будем называть замкнутым в точке $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, если для любых последовательностей $\{x_i\} \subset X$, $\{y_i\} \subset Y$ таких, что $y_i \in F(x_i)$, $x_i \to x$, $y_i \to y$, выполнено включение $y \in F(x)$.

Отметим, что конусами E_+, M_+ порождается частичная, а не полная упорядоченность в E и M, поэтому для v-метрических пространств $\mathcal{X}$, $\mathcal{Y}$ не удается определить аналоги расстояний от точки до множества и расстояний между множествами (в соответствующих определениях используются точные верхние и нижние границы множеств расстояний между точками, а для множеств v-расстояний точные границы могут не существовать). Это затрудняет перенесение на многозначные отображения v-метрических пространств некоторых важных свойств многозначных отображений «обычных» метрических пространств. Данное обстоятельство мы учитываем при определении следующих понятий.

В пространстве $\mathcal{L}(M, E)$ линейных ограниченных операторов $F : M \to E$ определим множество $\mathcal{L}(M, E)_+ \doteq \{F : M \to E : F(M_+) \subset E_+\}$ положительных операторов. Это множество является замкнутым выпуклым конусом в $\mathcal{L}(M, E)$. Обозначим $I_M : M \to M$ — тождественный оператор. Заметим, $I_M \in \mathcal{L}(M, M)_+$.

О п р е д е л е н и е 1.1. Пусть задано отображение $K \in \mathcal{L}(M, E)_+$. *Множеством K-регулярности* отображения $F : \mathcal{X} \rightrightarrows \mathcal{Y}$ будем называть множество

$$\mathfrak{M}_K(F) = \Big\{(x, y') \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y} : \forall y \in F(x)\ \exists x' \in \mathcal{X}\ y' \in F(x'),\ \mathcal{P}_\mathcal{X}(x', x) \le K\mathcal{P}_\mathcal{Y}\big(y', y\big)\Big\}.$$

О п р е д е л е н и е 1.2. Пусть задано отображение $Q \in \mathcal{L}(E, M)_+$. *Множеством Q-липшицевости* отображения $F : \mathcal{X} \rightrightarrows \mathcal{Y}$ будем называть множество

$$\mathfrak{L}_Q(F) = \Big\{(x, y') \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y} : \forall x' \in X\ y' \in F(x') \Rightarrow \exists y \in F(x)\ \mathcal{P}_\mathcal{Y}(y', y) \le Q\mathcal{P}_\mathcal{X}\big(x', x\big)\Big\}.$$

2. Условия разрешимости включения

Вопрос о существовании решений включений, как будет здесь показано, связан с задачей о влиянии липшицевых возмущений на множество регулярности многозначного отображения.

Пусть заданы отображения $K \in \mathcal{L}(M, E)_+$, $Q \in \mathcal{L}(E, M)_+$, многозначное отображение $\Psi : \mathcal{X}^2 \rightrightarrows \mathcal{Y}$ и элемент $y' \in \mathcal{Y}$. Будем полагать, что при любом $x \in \mathcal{X}$ известно множество $\mathfrak{M}_K\big(\Psi(\cdot, x)\big)$ K-регулярности отображения $\Psi(\cdot, x)$ и множество $\mathfrak{L}_Q\big(\Psi(x, \cdot)\big)$ Q-липшицевости отображения $\Psi(x, \cdot)$. Определим отображение

$$F : \mathcal{X} \rightrightarrows \mathcal{Y}, \quad F(x) = \Psi(x, x)$$

и рассмотрим включение

$$y' \in F(x). \tag{2.1}$$

Теорема 2.1. *Пусть* v*-метрическое пространство* $\mathcal{X}$ *является полным, пространство* M *— банаховым, и заданы элементы* $x_0 \in X$, $y_0 \in \Psi(x_0, x_0)$. *Пусть для спектрального радиуса оператора* $QK \in \mathcal{L}(M, M)_+$ *имеет место оценка* $sr(QK) < 1$. *Определим*

$$r = K(I_M - QK)^{-1}\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(y', y_0)$$

и предположим, что для любого $x \in \mathrm{B}_{\mathcal{X}}(x_0, r)$ *многозначное отображение* F *замкнуто в точке* (x, y') *и выполнены включения*

$$(x, y') \in \mathfrak{M}_K\big(\Psi(\cdot, x)\big), \tag{2.2}$$

$$(x, y') \in \mathfrak{L}_Q\big(\Psi(x, \cdot)\big). \tag{2.3}$$

Тогда существует решение $x' \in \mathrm{B}_{\mathcal{X}}(x_0, r)$ *включения* (2.1).

Д о к а з а т е л ь с т в о. Из предположения $sr(QK) < 1$ следует существование линейного ограниченного оператора $(I_M - QK)^{-1} : M \to M$ и его представление в виде (см., например, [13, с. 116])

$$(I_M - QK)^{-1} = I_M + QK + (QK)^2 + \ldots .$$

Так как $QK \in \mathcal{L}(M, M)_+$, то при любом $n = 0, 1, 2, \ldots$ выполнено

$$(I_M - QK)^{-1} \geq I_M + QK + \ldots + (QK)^n. \tag{2.4}$$

Построим итерационную последовательность $\{x_n\} \subset \mathcal{X}$ следующим образом.

В силу предположения (2.2) существует $x_1 \in \mathcal{X}$ такой, что

$$y' \in \Psi(x_1, x_0), \quad \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_1, x_0) \leq K\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(y_0, y').$$

Очевидно, $x_1 \in \mathrm{B}_{\mathcal{X}}(x_0, r)$. Определим $\Psi(x_1, x_1)$. Вследствие предположения (2.3) существует $y_1 \in \Psi(x_1, x_1)$, для которого выполнено неравенство

$$\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(y_1, y') \leq Q\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_1, x_0).$$

Далее, снова в силу предположения (2.2) существует $x_2 \in \mathcal{X}$ такой, что

$$y' \in \Psi(x_2, x_1), \quad \mathcal{P}_X(x_2, x_1) \leq K\mathcal{P}_Y(y_1, y').$$

Отсюда, учитывая предыдущие выкладки, получаем

$$\mathcal{P}_X(x_2, x_1) \leq K\rho_Y(y_1, y') \leq KQ\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_1, x_0) \leq KQK\mathcal{P}_Y(y_0, y').$$

Так как

$$\mathcal{P}_X(x_2, x_0) \leq K\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(y_0, y') + K\mathcal{P}_Y(y_1, y') \leq (K + KQK)\mathcal{P}_Y(y_0, y') \leq r,$$

выполнено $x_2 \in \mathrm{B}_{\mathcal{X}}(x_0, r)$. Вследствие предположения (2.3) существует $y_2 \in \Psi(x_2, x_2)$, для которого выполнено неравенство

$$\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(y_2, y') \le Q\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_2, x_1).$$

Повторяя подобные рассуждения, на каждом n-м шаге ($n = 1, 2, \dots$) будем определять элементы $x_n \in \mathcal{X}$, $y_n \in \mathcal{Y}$, удовлетворяющие соотношениям:

$$\begin{gathered} y' \in \Psi(x_n, x_{n-1}), \quad \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_n, x_{n-1}) \le K(QK)^{n-1}\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(y_0, y'), \\ \mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_n, x_0) \le K\big(I_M + QK + \ldots + (QK)^{n-1}\big)\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(y_0, y'); \\ y_n \in \Psi(x_n, x_n), \quad \mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(y_n, y') \le Q\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_n, x_{n-1}). \end{gathered} \tag{2.5}$$

Заметим, что согласно неравенству (2.4) выполнено $\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_n, x_0) \le r$, т. е. $x_n \in \mathrm{B}_{\mathcal{X}}(x_0, r)$.

Последовательность $\{x_n\}$ является фундаментальной в $\mathcal{X}$. Действительно, при любом $j = 1, 2, \dots$ выполнено

$$\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_{n+j}, x_n) \le K(QK)^n\big(I_M + \ldots + (QK)^{j-1}\big)\mathcal{P}_{\mathcal{Y}}(y_0, y') \le K(QK)^n(I_M - QK)^{-1}\rho_Y(y_0, y').$$

Из оценки $sr(QK) < 1$ следует сходимость $\|(QK)^n\|_{\mathcal{L}(M,M)} \to 0$ при $n \to \infty$. Таким образом, $\mathcal{P}_{\mathcal{X}}(x_{n+j}, x_n) \to 0$ при $n \to \infty$.

Вследствие полноты $\mathcal{X}$ последовательность $\{x_n\}$ сходится. Пусть $x_n \to x'$. Тогда $x' \in \mathrm{B}_{\mathcal{X}}(x_0, r)$. Для последовательности элементов $y_n \in \Psi(x_n, x_n)$ в силу неравенства (2.5) получаем $y_n \to y'$. А так как отображение F замкнуто в точке (x', y'), элемент x' удовлетворяет включению (2.1). $\square$

Список литературы

[1] Е. С. Жуковский, Е. А. Плужникова, “Накрывающие отображения в произведении метрических пространств и краевые задачи для дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной”, *Дифференц. уравнения*, **49**:4 (2013), 439–455.

[2] Е. С. Жуковский, Е. А. Плужникова, “Об управлении объектами, движение которых описывается неявными нелинейными дифференциальными уравнениями”, *Автомат. и телемех.*, 2015, № 1, 31–56.

[3] В. С. Трещёв, “Корректная разрешимость систем операторных уравнений с векторными накрывающими отображениями”, *Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки*, **20**:5 (2015), 1487–1489.

[4] Е. С. Жуковский, “О возмущениях векторно накрывающих отображений и системах уравнений в метрических пространствах”, *Сиб. матем. журн.*, **57**:2 (2016), 297–311.

[5] Е. С. Жуковский, “О точках совпадения векторных отображений”, *Изв. вузов. Матем.*, 2016, № 10, 14–28.

[6] Е. С. Жуковский, “О точках совпадения многозначных векторных отображений метрических пространств”, *Матем. заметки*, **100**:3 (2016), 344–362.

[7] М. В. Борзова, Т. В. Жуковская, Е. С. Жуковский, “О накрывании многозначных отображений, действующих в произведениях метрических пространств”, *Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки*, **21**:2 (2016), 363–370.

[8] Е. С. Жуковский, “О возмущениях накрывающих отображений в пространствах с векторнозначной метрикой”, *Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки*, **21**:2 (2016), 375–379.

[9] А. В. Арутюнов, С. Е. Жуковский, “Точки совпадения отображений в пространствах с векторной метрикой и их приложения к дифференциальным уравнениям и управляемым системам”, *Дифференц. уравнения*, **53**:11 (2017), 1473–1481.

[10] Е. А. Плужникова, Т. В. Жуковская, Ю. А. Моисеев, “О множествах метрической регулярности отображений в пространствах с векторнозначной метрикой”, *Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки*, **23**:123 (2018), 547–554.

[11] Е. С. Жуковский, Е. А. Плужникова, “Многозначные накрывающие отображения пространств с векторнозначной метрикой в исследовании функциональных включений”, *Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки*, **21**:6 (2016), 1974–1982.

[12] Е. С. Жуковский, Е. А. Панасенко, “О неподвижных точках многозначных отображений в пространствах с векторнозначной метрикой”, *Тр. ИММ УрО РАН*, **24**:1 (2018), 93–105.

[13] *Функциональный анализ*, СМБ, ред. С. Г. Крейн, Наука, М., 1972.

References

[1] E. S. Zhukovskii, E. A. Pluzhnikova, “Covering mappings in a product of metric spaces and boundary value problems for differential equations unsolved for the derivative”, *Differential Equations*, **49**:4 (2013), 420–436.

[2] E. S. Zhukovskii, E. A. Pluzhnikova, “On controlling objects whose motion is defined by implicit nonlinear differential equations”, *Autom. Remote Control*, **76**:1 (2015), 24–43.

[3] V. S. Treshchev, “Well-posed solvability of systems of operator equations with vector covering mappings”, *Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, **20**:5 (2015), 1487–1489 (In Russian).

[4] E. S. Zhukovskiĭ, “Perturbations of vectorial coverings and systems of equations in metric spaces”, *Sibirsk. Mat. Zh.*, **57**:2 (2016), 230–241.

[5] E. S. Zhukovskiy, “On coincidence points for vector mappings”, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat.*, 2016, № 10, 10–22.

[6] E. S. Zhukovskii, “On coincidence points of multivalued vector mappings of metric spaces”, *Mathematical Notes*, **100**:3 (2016), 363–379.

[7] M. V. Borzova, T. V. Zhukovskaia, E. S. Zhukovskiy, “On covering of set-valued mappings in cartesian products of metric spaces”, *Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, **21**:2 (2016), 363–370 (In Russian).

[8] E. S. Zhukovskiy, “On perturbations of covering mappings in spaces with vector-valued metrics”, *Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, **21**:2 (2016), 375–379 (In Russian).

[9] A. V. Arutyunov, S. E. Zhukovskiy, “Coincidence points of mappings in vector metric spaces with applications to differential equations and control systems”, *Differential Equations*, **53**:11 (2017), 1440–1448.

[10] E. A. Pluzhnikova, T. V. Zhukovskaia, Yu. A. Moiseev, “On sets of metric regularity of mappings in spaces with vector-valued metric”, *Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, **23**:123 (2018), 547–554 (In Russian).

[11] E. S. Zhukovskiy, E. A. Pluzhnikova, “Multi-valued covering maps spaces with vector-valued metrics in research of functional inclusions”, *Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, **21**:6 (2016), 1974–1982 (In Russian).

[12] E. S. Zhukovskiy, E. A. Panasenko, “On fixed points of multivalued mappings in spaces with a vector-valued metric”, *Proceedings of Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS*, **24**:1 (2018), 93–105 (In Russian).

[13] *Functional Analysis*, SMB, ed. S. G. Krein, Nauka, Moscow, 1972 (In Russian).

Информация об авторах

Жуковская Татьяна Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики. Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация. E-mail: t_zhukovskaia@mail.ru
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-4374-4336

Плужникова Елена Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики. Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация. E-mail: pluznikova_elena@mail.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2008-3275

Конфликт интересов отсутствует.

Для контактов:
Плужникова Елена Александровна
E-mail: pluznikova_elena@mail.ru

Поступила в редакцию 16.01.2019 г.
Поступила после рецензирования 27.02.2019 г.
Принята к публикации 28.03.2019 г.

Information about the authors

Tatiana V. Zhukovskaia, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of the Functional Analysis Department. Tambov State Technical University, Tambov, the Russian Federation. E-mail: t_zhukovskaia@mail.ru
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-4374-4336

Elena A. Pluzhnikova, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of the Functional Analysis Department. Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, the Russian Federation. E-mail: pluznikova_elena@mail.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2008-3275

There is no conflict of interests.

Corresponding author:
Elena A. Pluzhnikova
E-mail: pluznikova_elena@mail.ru

Received 16 January 2019
Reviewed 27 February 2019
Accepted for press 28 March 2019